

(1) ディラック関数の近似関数

式(1)はディラック関数 $\delta(x)$ の近似関数 $\Delta(x)$ の1つである。

$$\Delta(x) = \frac{1}{\varepsilon\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)^2\right\} \quad (1)$$

近似関数 $\Delta(x)$ をA5判1頁縦置に図示する。A5判の大きさは縦21.0cm×横14.8cmであるから、余白の内側を16.6cm×横11.3cmとし、図名を記入するから、2cmを1目盛とし、横-2から+2まで、縦0から6までの目盛を記入する。式(1)の関数 $\Delta(x)$ は縦軸に関して対称であるから、区間 $0 \leq x$ だけについて関数値 $\Delta(x)$ を計算する。

(2) 計算にTityBasicを用いる

計算にはインターネットのホームページ「Tiny Basic for Windows」のフリーソフトを利用する。URLは「<http://www.tbasic.org/>」である。

式(1)の文字 $\pi$ を文字pとし、文字 $\varepsilon$ を文字eとし、従属変数 $\Delta(x)$ を変数Dとし、独立変数xとして、式(1)を式(2)のように書き換える。

$$D = (1 / (e * \text{Sqr}(p))) * \text{Exp}(- (x / e) ^ 2) \quad (2)$$

図示するとき実際は、0.5mm程度以下は識別ないから、 $\bigcirc$ の形の数値に丸める。円周率 $\pi$ の有効数字を4桁の定数p=3.141とする。

(3) 点 $x=0$ における $\Delta(x)$ の値

変数 $x=0$ とし、変数 $\varepsilon$ を0.1刻みで0.1から1.0まで変化させ、関数値 $\Delta(0)$ を計算する。

$\varepsilon=0.1$	$\Delta(0)=5.64$	$\varepsilon=0.2$	$\Delta(0)=2.82$
$\varepsilon=0.3$	$\Delta(0)=1.88$	$\varepsilon=0.4$	$\Delta(0)=1.41$
$\varepsilon=0.5$	$\Delta(0)=1.13$	$\varepsilon=0.6$	$\Delta(0)=0.94$
$\varepsilon=0.7$	$\Delta(0)=0.81$	$\varepsilon=0.8$	$\Delta(0)=0.71$
$\varepsilon=0.9$	$\Delta(0)=0.63$	$\varepsilon=1.0$	$\Delta(0)=0.56$

Dの最大値が図の縦目盛の6より少し小さくなるように、変数 $\varepsilon=0.1$ として図示する。Dの最大値が1程度になるように、変数 $\varepsilon=0.6$ として図示する。変数 $\varepsilon=0.1$ と変数 $\varepsilon=0.6$ の間の変数 $\varepsilon=0.3$ についても参考のために図示する。

(4)  $\varepsilon=0.1$ の場合の関数表

特異化変数 $\varepsilon=0.1$ とし、変数xを0.5刻みで0.0から2.0まで変化させ、従属変数 $\Delta(x)$ を計算する。

$x=0.0$	$\Delta(x)=5.64$	$x=0.5$	$\Delta(x)=0.00$
$x=1.0$	$\Delta(x)=0.00$	$x=1.5$	$\Delta(x)=0.00$
$x=2.0$	$\Delta(x)=0.00$		

(5) 区間 $0 \leq x \leq 1$ の細分

上記(4)の $\varepsilon=0.1$ の場合は、図示すると $x=0.5$ において $\Delta(x)=0$ となるから、滑らかな図を得るために、区間 $0 \leq x \leq 0.5$ を細分し、変数xを0.1刻みで0.1から0.4まで変化させ、従属変 $\Delta(x)$ を計算する。

$x=0.1$	$\Delta(x)=2.08$	$x=0.2$	$\Delta(x)=0.10$
$x=0.3$	$\Delta(x)=0.00$	$x=0.4$	$\Delta(x)=0.00$

(6)  $\varepsilon=0.3$ の場合の関数表

$x=0.0$	$\Delta(x)=1.88$	$x=0.5$	$\Delta(x)=0.12$
$x=1.0$	$\Delta(x)=0.00$	$x=1.5$	$\Delta(x)=0.00$
$x=2.0$	$\Delta(x)=0.00$		

(7) 区間 $0 \leq x \leq 0.8$ の細分

$x=0.1$	$\Delta(x)=1.68$	$x=0.2$	$\Delta(x)=1.21$
$x=0.3$	$\Delta(x)=0.69$	$x=0.4$	$\Delta(x)=0.32$
$x=0.5$	$\Delta(x)=0.12$	$x=0.6$	$\Delta(x)=0.03$
$x=0.7$	$\Delta(x)=0.01$	$x=0.8$	$\Delta(x)=0.00$

(8)  $\varepsilon=0.6$ の場合の関数表

$x=0.0$	$\Delta(x)=0.94$	$x=0.5$	$\Delta(x)=0.47$
$x=1.0$	$\Delta(x)=0.06$	$x=1.5$	$\Delta(x)=0.00$
$x=2.0$	$\Delta(x)=0.00$		

(9) 区間 $0 \leq x \leq 0.9$ の細分

$x=0.1$	$\Delta(x)=0.91$	$x=0.2$	$\Delta(x)=0.84$
$x=0.3$	$\Delta(x)=0.73$	$x=0.4$	$\Delta(x)=0.60$
$x=0.5$	$\Delta(x)=0.47$	$x=0.6$	$\Delta(x)=0.35$
$x=0.7$	$\Delta(x)=0.24$	$x=0.8$	$\Delta(x)=0.16$
$x=0.9$	$\Delta(x)=0.10$		

(9) 図示

余白の内側の大きさが縦16.6cm×横11.3cmであるが、この頁は段組2段で、横8.0cmであるから、 $8.0/11.3 \approx 0.7$ 倍して、図-1を描く。但し、文字の大きさは変えずに10pで記入する。

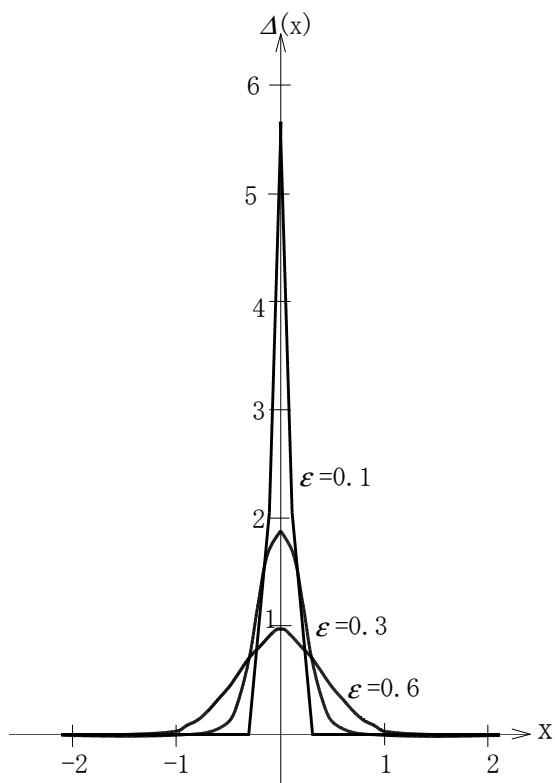


図-1 近似関数 $\Delta(x) = \frac{1}{\varepsilon\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)^2\right\}$ の図示