成分表示型の用語

小林　保

（はじめに）
　成分表示型の超関数は、独創的な発想で作られているので、聞き慣れない用語が出てくる。用語集を作って、理解の助けにしよう。

［い］

１次成分
　超関数f(x)について、近似関数F(x)を用いて次式で計算される$f_1(x)$を１次成分という。

$$f_1(x)=\lim_{\rho\to 0}\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{x-\rho}^{x+\rho}F(t)\,dt$$

［え］

ｎ次成分
　超関数f(x)について、近似関数F(x)を用いて次式で計算される$f_n(x)$をn次成分という。

$$f_n(x)=\lim_{\rho\to 0}\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{x-\rho}^{x+\rho}(t-x)^{n-1}F(t)\,dt$$

［か］

関数配列
　成分を点 ， で区切り、括弧（ ）で包んで、数ベクトルと同じように、次式で超関数f(x)を表すことを関数配列という。

$$f(x)=\{f_h(x), f_d(x), f_1(x), f_2(x), \cdots\}$$

関数擬値
　記号1、 、 、・・・、 ^{n}、・・・を基底ベクトルとし、ベクトルと同じ表現で、超関数f(x)を次式で表すことを関数擬値と言う。

$$f(x)=f_h(x)+f_d(x)\ +f_1(x)\ +\cdots+f_n(x)\ ^n+\cdots$$

［き］

基本関数
基本集中関数、基本段差関数、右半分冪関数を総称して基本関数と言う。

基本集中関数
関数擬値を用いて次式で表される関数$\beta_n(x)$を基本集中関数と言う。

$\beta_n(x)=\ ^n$　　　$(x=0)$
$\beta_n(x)=0$　　　$(x\neq 0)$

数値0と数値1は特殊な数値である。点x＝0に大きさ1の集中を生じているので、基本関数に含める。1次の基本集中関数はディラック関数である。

基本段差関数
関数擬値を用いて次式で表される関数$\eta_n(x)$を基本集中関数と言う。

$\eta_n(x)=0$　　　$(x<0)$
$\eta_n(x)=$　　　$(x=0)$
$\eta_n(x)=1$　　　$(0<x)$

数値0と数値1は特殊な数値である。点x＝0に大きさ1の段差を生じているので、基本関数に含める。基本段差関数はヘビサイド関数である。

近似関数
　汎関数型の理論においても超関数f(x)を、補助変数εを含む関数F(x)を用いて次式で定義する。

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\infty}^{+\infty}F(x)\phi(x)\,dx=\tau(\phi)$$

汎関数型の理論においては、関数F(x)に特段の名前が与えられていないようであるが、補助変数εが極限に達しない状態においては、関数F(x)が超関数f(x)を近似していると考えるのが自然である。汎関数型の理論においても、補助変数εを含む関数F(x)を近似関数と呼ぶのが良いと、筆者は思う。
　成分表示型の理論においては、明示的に、近似関数と呼ぶことにした。

［せ］

成分
　左連続成分、段差成分、１次成分、２次成分、・・・を総称して、成分という。

成分表示
関数配列または関数擬値を用いて、超関数を表示することを成分表示と言う。

［た］

段差単位
　記号 を段差単位と言う。

段差点
　段差成分が0でない値を持つ点を段差点という。

段差成分
超関数f(x)について、近似関数F(x)を用いて次式で計算される$f_d(x)$を段差成分という。

$$f_d(x)=\lim_{\rho\to 0}\lim_{\varepsilon\to 0}\{F(x+\rho)-F(x-\rho)\}$$

［て］

点域
近似関数F(t)の区間$x-\rho\leqq t\leqq x+\rho$を超関数f(x)の点t＝xの点域という。

点半径変数
中心から半径ρの位置にある点を連ねた図形を3次元の場合に球と言い、2次元の場合に円と言う。1次元の場合には線分である。点域は長さ2ρの線分であり、点域の中心は点t＝xであり、ρは点域の半径である。$\rho\to 0$の極限を考えるので、ρを点半径変数と言う。

［と］

特異化変数
次式の関数$\Delta(x)$はディラック関数$\delta(x)$の近似関数の１つである。

$$\Delta(x)=\frac{1}{\varepsilon\sqrt{\pi}}\exp\left(-\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)^2\right)$$

補助変数εを含んでいるが、$\varepsilon\to 0$の極限のとき、関数$\Delta(x)$の点x＝0における関数値$\Delta(0)\to\infty$に発散するので、補助変数εを特異化変数と言う。

特異点
左連続成分以外の成分が0でない値を持つ点を特異点という。

同等

異なる2つの近似関数から計算された成分が全て一致するとき、2つの近似関数は同等であると言う。

［に］

２次成分
超関数f(x)について、近似関数F(x)を用いて次式で計算される$f_2(x)$を２次成分という。

$$f_2(x)=\lim_{\rho\to 0}\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{x-\rho}^{x+\rho}(t-x)F(t)\,dt$$

［ひ］

左連続成分
超関数f(x)について、近似関数F(x)を用いて次式で計算される$f_h(x)$を左連続成分という。

$$f_h(x)=\lim_{\rho\to 0}\lim_{\varepsilon\to 0}F(x-\rho)$$

［み］

右半分関数
関数擬値を用いて、次式を満足する超関数f(x)を右半分関数と言う。

$$f(x)=0 \qquad (x<0)$$

区間$0\leqq x$においては超関数f(x)はいろいろな値をとる。

右半分冪関数
関数擬値を用いて次式で表される関数$\alpha_n(x)$を右半分冪関数と言う。

$$\alpha_n(x)=0 \qquad (x\leqq 0)$$
$$\alpha_n(x)=x^n \qquad (0\leqq x)$$

数値0と数値1は特殊な数値である。点x＝0で2つの関数が接続されており、区間$0\leqq x$における冪関数の係数が1であるので、基本関数に含める。

［よ］

横軸単位
記号を横軸単位と言う。

［蛇足］

添字の意味
関数$f_r(x)$の添字rはrenzoku＝連続の頭文字。
成分$f_h(x)$の添字hはhidarirenzoku＝左連続の頭文字。
成分$f_d(x)$の添字dはdansa＝段差の頭文字。
関数$f_0(x)$の添字0は単位mの冪指数、$1=m^0$。
成分$f_1(x)$の添字1は単位mの冪指数、$m=m^1$。
成分$f_2(x)$の添字2は単位mの冪指数、m^2。

添字付の近似関数
近似関数$A_n(x)$と$B_n(x)$は添字付の近似関数である。対応する超関数$\alpha_n(x)$と$\beta_n(x)$も添字付である。成分は$\alpha_{nh}(x)$のように2つの添字を持つ。
前の添字nは近似関数$A_n(x)$の添字と同じnである。２番目の添字hは左連続成分を意味するhである。