ディラック関数と基本離散関数は同じか？

小林　保

１．基本離散関数

式(1)、式(2)の関数κ(x)を基本離散関数と呼ぶ。

$$\kappa(x)=1 \qquad (x=0) \tag{1}$$

$$\kappa(x)=0 \qquad (x\neq 0) \tag{2}$$

数値0と数値1は特殊な数値である。特殊な数値を持つと言う意味で、基本関数と言う。基本離散関数κ(x)は、特殊な点x＝0において離散的に特殊な大きさ1の関数値を持ち、点x＝0以外は関数値0の定数関数である。

２．ディラック関数が表す分布

Schwartzの理論において、ディラック関数δ(x)が、大きさ1の量が点x＝0に集中している状況を表すと言われている。大きさ1の量が点x＝0に集中している状況を直接的に表すためには、式(1)、式(2)の基本離散関数κ(x)を用いるのが理解し易い。

３．ディラック関数の定義

Schwartzの理論において、ディラック関数δ(x)は、任意の関数ϕ(x)を用いて式(3)のように定義される。

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x)\,\phi(x)\,dx=\phi(0) \tag{3}$$

式(3)の関数ϕ(x)以外の部分が関数ϕ(x)に作用して、数値ϕ(0)を生成すると考えることができる。式(3)は入力要素が関数ϕ(x)、出力要素が数値ϕ(0)の汎関数と考えることができる。式(3)を満足する関数δ(x)は存在しないので、式(3)が表す汎関数を用いてディラック関数δ(x)が説明される。

４．疑問

式(3)を用いたディラック関数δ(x)の説明より、式(1)、式(2)の基本離散関数κ(x)を用いる説明の方が初等的で理解し易い。筆者の不勉強かもしれないが、ディラック関数δ(x)について、式(1)、式(2)の基本離散関数κ(x)を用いる説明は見当たらない。ディラック関数と基本離散関数は同じだろうか。