$\lim_{\varepsilon\to 0} T(\phi)=\tau(\phi)$　　　　2･52(再掲)

式2･52が収束しても、特異点について式2･53が収束しない。

$\lim_{\varepsilon\to 0} \mathrm{F}(x)=\mathrm{f}(x)$　　　　$(-\infty<x<+\infty)$　　　　2･53(再掲)

特異点について関数値が定義されず、関数の一義性(151頁参照)が失われた。超関数が分布を表現すると考えるときは、関数の一義性を失うことは望ましくない。

[一義性を失わない試み]

関数から汎関数型の超関数への一般化によって、特異点における微分可能性が付与されたが、特異点における一義性が失われた。成分表示型の理論は一義性を失わないで、微分可能性を付与する試みである。普通の関数は従属変数が数値であるが、成分表示型の理論は関数の数値性(156頁参照)を失う。従属変数は数値の組であり、関数擬値または関数配列で表示される。超関数が分布を表現すると考えるときは、関数の数値性を失っても許容される。

(6)　集中力を分布力と考える

図1-8で集中力の凝視関数$\mathrm{F}_1(x)$の単位は分布力と同じN/mとした。式1･29で成分$\mathrm{f}_0(x)$、$\mathrm{f}_1(x)$、$\mathrm{f}_2(x)$を統合するときに、代表単位(106頁参照)をN/mとした。初歩の構造力学においては、集中力、分布力、集中モーメントの3つのうちで集中力が基本と考えられている。集中力の単位Nこそが代表単位に相応しい。集中力を分布力と考える着想は、3つのうちで分布力が基本と考えることであり、常識的な着想ではない。式10･10の質量分布においても、基本と考えられる集中質量の単位kgではなく、分布質量の単位kg/mを代表単位とした。常識的な着想ではないが、西暦1900年以前から知られていたらしい。常識を越えた着想が超関数を作り出した。

[用語の英語]

第1章　荷重の分布の表現

分布荷重(1頁)	distributed load
集中荷重(1頁)	concentrated load
集中モーメント(1頁)	concentrated moment
荷重(1頁)	load
単純梁(1頁)	simple beam
材軸線(1頁)	member axis
独立変数(1頁)	independent variable
関数(1頁)	function
定義域(1頁)	domain
左連続成分(2頁)	left continuous component
段差成分(2頁)	step component
段差単位(3頁)	step unit
従属変数(3頁)	dependent variable
不連続(3頁)	discontinuous
段差(3頁)	step
広義積分(5頁)	comprehensive integral
右側積分不能(5頁)	right inintegrable
積分可能(5頁)	integrable
左側積分可能(5頁)	left integrable
連続(5頁)	continuous
一対多(6頁)	one to many
同等(6頁)	equivalent
全景眺望(6頁)	outline view
詳細凝視(6頁)	detail gaze
視点(6頁)	sight
視点移動(6頁)	sight transfer

複視点関数(6頁)	bisight function
眺望関数(6頁)	outline function
凝視関数(6頁)	detail function
有域点(6頁)	microdomain point
点域(6頁)	microdomain
点半径(6頁)	microdomain radius
通常点(6頁)	regular point
作用点(6頁)	point of application
支承(6頁)	support
反力(6頁)	reaction force
集中力(6頁)	concentrated force
分布力(9頁)	distrbuted force
重ね合わせ(14頁)	superposition
横軸単位(15頁)	lateral axis unit
成分(15頁)	component
第0次成分(15頁)	zero-th degree component
第1次成分(15頁)	first degree component
第2次成分(15頁)	second degree component
成分統合表示(16頁)	combined component expression
個別成分表示(16頁)	individual component expression
関数擬値(16頁)	function pseudo value
関数配列(16頁)	function array
荷重の合計(16頁)	total of load
モーメントの合計(16頁)	total of moment
梁外力(20頁)	external force of beam
剪断力(21頁)	sheering force
曲げモーメント(23頁)	bending moment
微分不能(25頁)	indifferentiable
微分可能(25頁)	differentiable

第2章　汎関数型の超関数

積分不能(26頁)	inintegrable
補助変数(26頁)	parameter
極限(26頁)	limit
収束(26頁)	convergence
広義積分可能(26頁)	comprehensively integrable
連続的(26頁)	continuous
離散的(26頁)	discrete
不定義(27頁)	undefined
不連続(27頁)	discontinuous
関数(28頁)	function
独立変数(28頁)	independent variable
従属変数(28頁)	dependent variable
定義域(28頁)	domain
汎関数(33頁)	functional
入力要素(33頁)	input element
出力要素(33頁)	output element
急減少関数(35頁)	rapidly decreasing function
緩増加関数(35頁)	slwoly increasing function
整冪関数(36頁)	integer power function
近似関数(36頁)	approximate function
超関数(36頁)	hyperfunction
母汎関数(36頁)	generating functional
特異点(39頁)	singular point
ディラック関数(39頁)	Dirac function
ヘビサイド関数(41頁)	Heaviside function
発散(41頁)	divergence
和(49頁)	sum
積(50頁)	product
定数倍(50頁)	constant multiple

差(51頁)	difference
導関数(51頁)	derivative
分布(53頁)	distribution
汎関数型(53頁)	functional type
分布の場(53頁)	field of distribution
分布する量(53頁)	quantity of distribution
主値(54頁)	principal value

第3章　集中力とディラック関数の比較

多段階推論(57頁)	multi stage deduction
極限(58頁)	limit
極限変動(58頁)	limit variation
点半径変数(58頁)	microdomain radius parameter
特異化変数(60頁)	singularizing parameter
眺望関数成分(62頁)	outline function component
任意値推認(64頁)	arbitrary value presumption
零値推認(64頁)	zero value presumption
包含関係(64頁)	inclusion relation
成分表示型(69頁)	component type
汎関数収束(69頁)	functionalwise convergence
各点収束(69頁)	pointwise convergence

第4章　成分表示型の超関数

超関数(71頁)	hyperfunction
成分(71頁)	component
関数擬値(71頁)	function pseudo value
関数配列(71頁)	function array
左連続成分(71頁)	left continuous component
段差成分(71頁)	step component
第1次成分(71頁)	first degree component

第2次成分(71頁)	second degree component
第n次成分(71頁)	n-th degree component
第n次の集中(71頁)	n-th degree concentration
左連続(72頁)	left continuous
区分的に連続(72頁)	piecewise continuous
離散関数(72頁)	discrete function
ディラック関数(74頁)	Dirac function
ヘビサイド関数(75頁)	Heaviside function
横移動(80頁)	lateral translation
定数倍(81頁)	constant multiple
和(82頁)	sum
差(83頁)	difference
反転(84頁)	inversion
積(86頁)	product
成分関数(88頁)	component function
導関数(89頁)	derivative
定積分(93頁)	definite integral
不定積分(94頁)	indefinite integral
原始関数(96頁)	primitive function
積分定数(96頁)	integral constant
右半分整冪関数(97頁)	partial power function
基本段差関数(98頁)	fundamental step function
基本集中関数(99頁)	fundamental concentration function
基本関数(103頁)	fundamental function
連鎖(104頁)	chain
類縁(104頁)	lineage
代表単位(106頁)	typical unit
単位の異常(106頁)	discord of unit
基本離散関数(107頁)	fundamental discrete function

第5章　整冪多項式で表された近似関数

整冪多項式(109頁)	integer power polynomial
曲率(115頁)	curvature
緩和曲線(115頁)	trnsition curve
クロソイド曲線(115頁)	clothoid curve
漸化式(122頁)	recurrence formula
二項展開(123頁)	binomial expansion

第6章　無限回微分可能な近似関数

裾野有型(129頁)	with foot type
裾野無型(131頁)	without foot type
裾野(139頁)	foot
右半分関数(140頁)	right partial function

第7章　不連続関数

一次関数(143頁)	linear function
二次関数(143頁)	quadratic function
重力加速度(143頁)	gravity acceleration
速度(143頁)	velocity
質点(143頁)	mass poit
値域(143頁)	range
引力(143頁)	attraction force
万有引力定数(144頁)	universal gravitational constant
質量(144頁)	mass
計算式(144頁)	calculating expression
分数関数(144頁)	fraction function
指数関数(144頁)	exponential function
三角関数(145頁)	trigonometric function
独立変数(145頁)	independent variable
従属変数(145頁)	dependent variable

対応(145頁)	correspondence
三次関数(145頁)	cubic function
正弦関数(147頁)	sine function
余弦関数(147頁)	cosine function
対数関数(147頁)	logarithm function
無理関数(147頁)	irrational function
正接関数(147頁)	tangent function
完全に対応させる定義(147頁)	definition requiring strict correspondennce
関数の一義性(147頁)	unambiguity of function
積分の可逆性(150頁)	reversibility of integral
対応の不完全を許容する定義(151頁)	definition tolerating lenient correspondennce
分布の一義性(153頁)	unambiguity of distribution
右連続成分(154頁)	right continuous component
右連続(155頁)	right continuous
関数の数値性(156頁)	numerical beingness of function
発散点(156頁)	divergence point
負整冪関数(157頁)	negative integer power function

第8章　点の内部変動

内部変動(158頁)	internal variartion
定積分の集中(159頁)	concentration of definite integral
第1次の集中点(160頁)	first degree concentration point
第2次の集中点(161頁)	secand degree concentration point
第n次の集中点(161頁)	n-th degree concentration point
段差点(165頁)	step point
屈折点(165頁)	refraction point
微分係数(165頁)	differential coefficient
接線(166頁)	tangential line

割線(166頁)	secant line
連続(166頁)	continuous

第9章　構造力学への成分表示型の超関数の適用

集中モーメント(169頁)	concentrared moment
梁外力のモーメント(171頁)	moment of external force
剪断力(174頁)	sheering force
曲げモーメント(175頁)	bending moment
撓み(180頁)	deflection
撓み角(180頁)	slope
鉸(180頁)	hinge
曲率半径(181頁)	curvature radius
ヤング率(181頁)	Young's modulous
断面二次モーメント(181頁)	second static moment

第10章 質量の分布

質量(190頁)	mass
分布質量(190頁)	distrbuted mass
集中質量(190頁)	concentrated mass
質量密度(190頁)	mass density
断面積(193頁)	cross sectional area
重心(194頁)	barycenter

第11章 補充すべき事項

複素平面(197頁)	complex plane
領域(197頁)	domain
複素関数(197頁)	complex function
超関数(197頁)	hyperfunction
母関数(197頁)	generating function
定義域(197頁)	domain

実軸段差型(197頁)	real axis step type
上半平面(198頁)	upper half plane
下半平面(198頁)	lower half plane
正則(198頁)	regular
同等(199頁)	equivalent
ディラック関数(200頁)	Dirac function
複素球面(200頁)	complex sphere
ヘビサイド関数(201頁)	Heaviside function
主値(202頁)	principal value
絶対値(202頁)	absolute value
偏角(202頁)	argument
和(203頁)	sum
積(203頁)	product
定数倍(204頁)	constant multiple
差(204頁)	difference
導関数(204頁)	derivative
線積分(205頁)	curvilinear integral
定積分(206頁)	definite integral
演算子法(209頁)	operational calculus
演算子(209頁)	operator
超関数(209頁)	hyperfnction
演算子型(209頁)	operational type
関数(209頁)	function
関数値(209頁)	function value
定数関数(210頁)	constant function
右半分関数(210頁)	right partial function
ヘビサイド関数(210頁)	Heaviside function
畳み込み(210頁)	convolution
交換可能(211頁)	commutative
和(211頁)	sum

数演算子(212頁)	numerical operator
積分演算子(212頁)	integral operator
微分演算子(213頁)	differential operator
移動演算子(214頁)	translation operator
指数法則(215頁)	exponential law
ディラック関数(217頁)	Dirac function
関数列(218頁)	sequence of functions
偶関数(218頁)	even function
縦軸に関して対称(219頁)	symmetry with respect to vertical axis
奇関数(219頁)	odd function
原点に関して対称(219頁)	symmetry with respect to origin
概念(222頁)	concept
一般化(222頁)	generalization
価値観(222頁)	values

[索引]

［い］
一次関数 143
1対多 6
一般化 222
移動演算子 214
引力 143
［え］
演算子 209
演算子型 209
演算子法 209
［か］
各点収束 69
重ね合わせ 14
荷重 1
荷重の合計 16
価値観 222
割線 166
下半平面 198
関数擬値 16
関数擬値 71
関数値 209
関数の一義性 147
関数の数値性 156
関数配列 16
関数配列 71
関数列 218
関数 209
関数 28
関数 1
完全に対応させる定義 147
緩増加関数 35
緩和曲線 115
概念 222
［き］
奇関数 219
基本関数 103
基本集中関数 99
基本段差関数 98
基本離散関数 107
急減少関数 35
極限変動 58
極限 26
極限 58
曲率半径 181
曲率 115
近似関数 36
凝視関数 6
［く］
屈折点 165
区分的に連続 72
クロソイド曲線 115
偶関数 218
［け］
計算式 144
原点に関して対称 219
［こ］

交換可能	211
広義積分可能	26
広義積分	5
個別成分表示	16
［さ］	
作用点	6
三角関数	145
三次関数	145
差	51
差	83
差	204
材軸線	1
［し］	
支承	6
指数関数	144
指数法則	215
質点	143
質量	144
質量	190
質量密度	190
視点	6
視点移動	6
収束	26
集中荷重	1
集中質量	190
集中モーメント	1
集中モーメント	169
集中力	6
主値	54
主値	202
出力要素	33
詳細凝視	6
実軸段差型	197
重心	194
従属変数	3
従属変数	145
従属変数	28
重力加速度	143
上半平面	198
［す］	
数演算子	212
裾野有型	129
裾野無型	131
裾野	139
［せ］	
正弦関数	147
正接関数	147
正則	198
成分関数	88
成分統合表示	16
成分表示型	69
成分	15
成分	71
整冪関数	36
整冪多項式	109
積分演算子	212
積分可能	5
積分の可逆性	150
積分不能	26
積	50
積	86
積	203
接線	166
線積分	205
剪断力	21
剪断力	174
絶対値	202
零値推認	64
漸化式	122
全景眺望	6
［そ］	
速度	143
［た］	
対応	145
対応の不完全を許容する定義	151
対数関数	147
畳み込み	210
多段階推論	57
縦軸に関して対称	219
撓み	180
撓み角	180
単位の異常	106
単純梁	1
第0次成分	15
第1次成分	15
第1次成分	71
第1次の集中点	160
第2次成分	15
第2次成分	71
第2次の集中点	161
第n次成分	71
第n次の集中点	161
第n次の集中	71
代表単位	106
段差単位	3
段差	3
段差成分	2
段差成分	71
段差点	165
断面積	193
断面二次モーメント	181
［ち］	
値域	143
超関数	36
超関数	71
超関数	197
超関数	209
眺望関数	6
眺望関数成分	62
［つ］	
通常点	6
［て］	
定義域	1
定義域	28
定義域	197
定数関数	210
定数倍	50
定数倍	81
定数倍	204
定積分	206

定積分の集中 159
点域 6
点半径 6
点半径変数 58
ディラック関数 39
ディラック関数 74
ディラック関数 200
ディラック関数 217
［と］
特異化変数 60
特異点 39
導関数 51
導関数 89
導関数 204
同等 6
同等 199
独立変数 1
独立変数 28
独立変数 145
［な］
内部変動 158
［に］
二項展開 123
二次関数 143
入力要素 33
任意値推認 64
［は］
発散 41
発散点 156
梁外力 20
梁外力のモーメント 171
汎関数 33
汎関数型 53
汎関数収束 69
反転 84
反力 6
万有引力定数 144
［ひ］
左側積分可能 5
左連続 72
左連続成分 2
左連続成分 71
鉸 180
微分演算子 213
微分可能 25
微分係数 165
微分不能 25
［ふ］
複視点関数 6
複素関数 197
複素球面 200
複素平面 197
負整冪関数 157
不定義 27
不定積分 94
不連続 3
不連続 27
分数関数 144
分布荷重 1
分布 53

分布質量 190
分布する量 53
分布の一義性 153
分布の場 53
分布力 9
［へ］
ヘビサイド関数 41
ヘビサイド関数 75
ヘビサイド関数 201
ヘビサイド関数 210
偏角 202
［ほ］
包含関係 64
補助変数 26
母関数 197
母汎関数 36
［ま］
曲げモーメント 23
曲げモーメント 175
［み］
右側積分不能 5
右半分関数 210
右半分関数 140
右半分整冪関数 97
右連続成分 154
右連続 155
［む］
無理関数 147
［も］
モーメントの合計 16
［や］
ヤング率 181
［ゆ］
有域点 6
［よ］
余弦関数 147
横移動 80
横軸単位 15
［り］
離散関数 72
離散的 26
領域 197
［る］
類縁 104
［れ］
連鎖 104
連続的 26
連続 5
連続 166
［わ］
和 49
和 82
和 203
和 211

［参考文献］

(1) 記載の判断

この本を書くに当たって参考にした文献は多い。小学校、中学校、高校において学んだ数学や理科も、当然、参考にしており、その教科書も参考文献に含まれる。しかし、小学校、中学校、高校における教科書は、広く周知された知識と考えられるから、特段、参考文献として掲載するには及ばないと考える。この本を書くに当たって、特段、参考にした文献を「(2)文献一覧」に掲げる。

構造力学に適用することを主眼に考察しているので、大学の教科書ではあるが、文献１)、２)を記載する。大学で学ぶ数学を説明した教科書の例として文献３)、４)、５)、６)、７)を記載する。網羅的であるために説明が厳密でない部分もある。文献２)、５)、１２)は構造力学と超関数の関連について示唆している。文献２)の148頁には、集中荷重が作用してもこれが極めて小さい幅に等分布するものと考えると、説明されている。不連続ではあるが近似関数である。文献５)の83頁例題3.16において、集中荷重をディラック関数δ(x)を用いて表している。文献１２)の120頁に梁の静力学への応用が説明されている。

超関数についての教科書の多くは、関数空間や汎関数などの知識について、読者が既に習熟していると想定している。関数空間や汎関数などの知識が十分でないので、筆者にはほとんど理解できない。古典的な解析学の知識だけである程度理解できるように、平易に説明された教科書として、文献８)、９)、１０)、１１)、１２)、１３)を挙げることができる。文献１４)は汎関数型の理論を集大成した文献であり、一応目を通したが、筆者にはほとんど理解できなかった。

超関数の理論に関連して今までに筆者が著した文献を「(3)筆者の著作の一覧」に掲げる。多くは学会における口頭発表の予稿であり、口頭発表は10分程度、予稿は2頁程度に制限されている。文献１５)、１６)、１７)、１８)、１９)、２０)とこの本の記述は微妙に異なっており、試行錯誤しながら考察を深めていった跡を留めている。局所拡大と言う用語を用いたり、横軸単位の0乗を段差単位の代わりに用いたり、横軸単位の記号Hやθを用いたりしている。

(2) 文献一覧

１) 荒井利一郎著、応用力学、技報堂、1968年

２) 杉本礼三著、応用力学、森北出版、1956年

３) 田島一郎、天野滋著、工科の数学1微分積分、培風館、1967年

４) 小西栄一、深見哲造著、工科の数学2線形代数ベクトル解析、培風館、1967年

５) 近藤次郎、小林竜一、高橋磐郎、小柳芳雄著、工科の数学３微分方程式フーリエ解析、培風館、1968年

６) 渡部隆一、宮崎浩、遠藤静男著、工科の数学4複素関数、培風館、1969年

７) 高橋磐郎、出居茂、小林竜一、小柳芳雄著、工科の数学5統計数値解析、培風館、1969年

８) 篠崎寿夫、松森徳衛、松浦武信著、デルタ関数入門、現代工学社、1983年

９) ライトヒル著、フーリエ解析と超関数、(高見穎郎訳)、ダイヤモンド社、1975年

１０) 今井功著、応用超関数論Ⅰ、サイエンス社、1981年

１１) 今井功著、応用超関数論Ⅱ、サイエンス社、1981年

１２) ミクシンスキー著、演算子法(上巻)、(松村英之、松浦重武訳)、1963年

１３) ミクシンスキー著、演算子法(下巻)、(松村英之、松浦重武訳)、1963年

１４) シュバルツ著、超関数の理論、(岩村聯、石垣春夫、鈴木文夫訳)、岩波書店、1971年

(3) 筆者の著作の一覧

１５）中村卓次、小林保著、集中荷重の局所拡大分布力による表示、名古屋工業大学紀要、第45巻、1993年
１６）小林保著、分布を表示する超関数、理論応用力学講演会、学術会議、2002年1月23日
１７）小林保著、超関数による荷重の表示、土木学会関東支部技術研究発表会、山梨大学、2002年3月14日
１８）小林保著、ディラック関数についての提案、応用数理学会年会、慶應義塾大学矢上、2002年9月19日
１９）小林保著、集中力をディラック関数で表現できるか、理論応用力学講演会、学術会議、2003年1月29日
２０）小林保著、シュバルツの理論に対する違和感、応用数理学会年会、中央大学春日、2004年9月18日